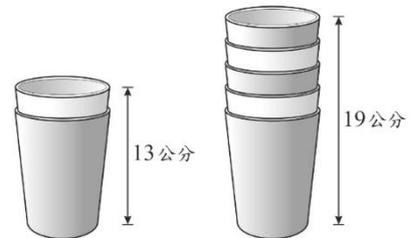


# 2023 第三屆 ELMC 國小數學競賽

## 個人賽 第一回合

1. 九九運動用品店舉辦開幕慶雙重優惠活動，運動襪每雙按定價打九折且買兩雙送一雙的特別優惠。如果小惠一次要購得三雙運動襪，在雙重優惠下，問：等同每雙運動襪以定價的幾折購得？

2. 某餐廳裡有許多同樣大小的杯子。如圖，在桌面上，堆疊 2 個杯子的高度是 13 公分，堆疊 5 個杯子的高度是 19 公分。那麼，堆疊 10 個杯子的高度會是幾公分？



3. 一個面積為 512 平方公分的正方形，先將其等分成 4 個相同的小正方形，並將左下角和右上角的二個正方形塗成黑色，如圖 1 所示。再將圖 1 中左上角的正方形等分成 4 個相同的更小正方形，並將左下角和右上角的二個更小的正方形塗成黑色，如圖 2 所示。繼續依此規律完成圖形如圖 3 所示。



圖 1

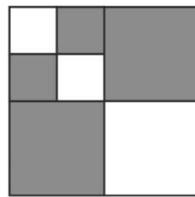


圖 2

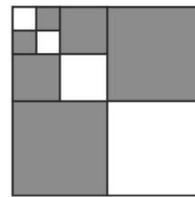


圖 3

依照這樣的規律，圖 4 白色區域所占的面積為多少平方公分？

## 第二回合

4. 用相同大小的正三角形地磚，依照下圖的規律鋪排。圖 1 有 8 個正三角形地磚，圖 2 有 14 個正三角形地磚。依照此規律，圖 10 有多少個正三角形地磚？



圖 1

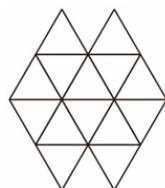


圖 2

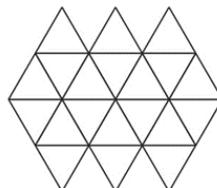


圖 3

.....

5. 籃球比賽得分方式包括投進一顆 3 分球得 3 分，投進一顆 2 分球得 2 分以及罰球每投入一球得 1 分。某次甲、乙兩校進行籃球對抗賽，火力全開，兩校總共獲得 160 分且整場比賽過程中，甲校 3 分球比乙校多投進 4 顆，而乙校 2 分球比甲校多投進 5 顆。罰球部分，甲校全隊罰球得 5 分，乙校全隊罰球得 11 分，問：這場比賽乙校籃球隊獲得幾分？

6. 小雅首先用邊長為 1 公分的白色正方體積木堆疊金字塔模型，由上而下每一層依序為 1、9、25、49、81、 $\dots$  等積木數進行堆疊，並黏成金字塔模型。又為了造型效果，小雅將完成的金字塔模型，把部分積木表面塗上黑色顏料(不含底面)，呈現黑白相間的效果。圖 1 為堆疊三層且完成塗色的金字塔模型，圖 2 為此三層金字塔由上往下看的俯視圖。若依此規律堆疊十層金字塔模型並塗色，問：此金字塔模型(不含底面)，塗黑色顏料的表面積與塗白色顏料的表面積相差多少平方公分？

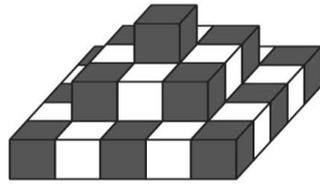


圖 1

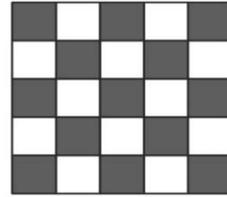
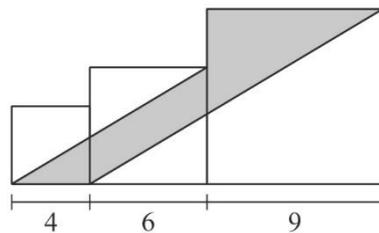


圖 2

### 第三回合

7. 下圖是由三個正方形相連接所組成，邊長分別是 4 公分、6 公分和 9 公分。問：塗色部分的面積為多少平方公分？



8. 好好喝手搖飲料店有一位店長並且在 7 月 1 日~8 月 31 日期間聘用曉萱、阿亮兩位店員，這兩位店員從 7 月 1 日開始上班。為了方便員工個別工作需求，曉萱每連續工作 3 天後輪休一天，阿亮每連續工作 4 天後輪休一天，以此原則接續值班。又為了維持該店正常運作，當某日有任何一位店員輪休或兩位店員均同時輪休時，則當日店長必須輪值店內工作。

問：在 7 月 1 日~8 月 31 日期間，店長一共需要輪值多少天？

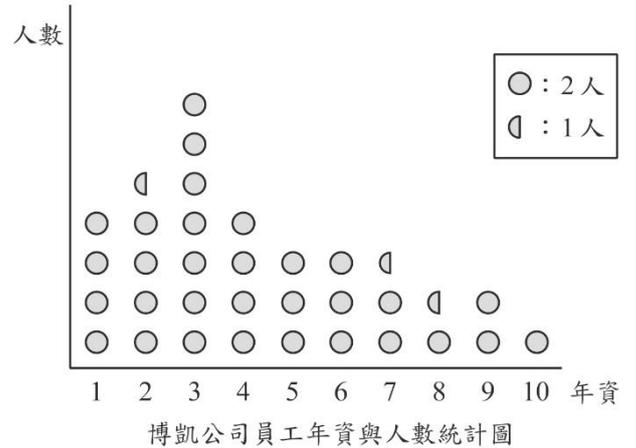
9. 全班有 30 位學生，老師出了一份只有 3 道數學題目給學生平時考。考完且老師批改後，得到如下的結果：

- 答對第 1 題的學生有 27 位。
- 答對第 2 題的學生有 25 位。
- 答對第 3 題的學生有 21 位。

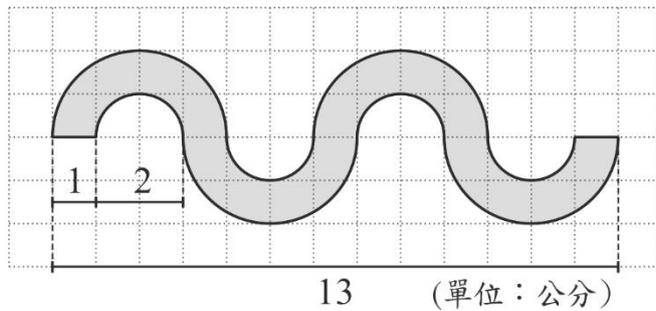
問：3 題全部答對的學生最少有多少位？

### 第四回合

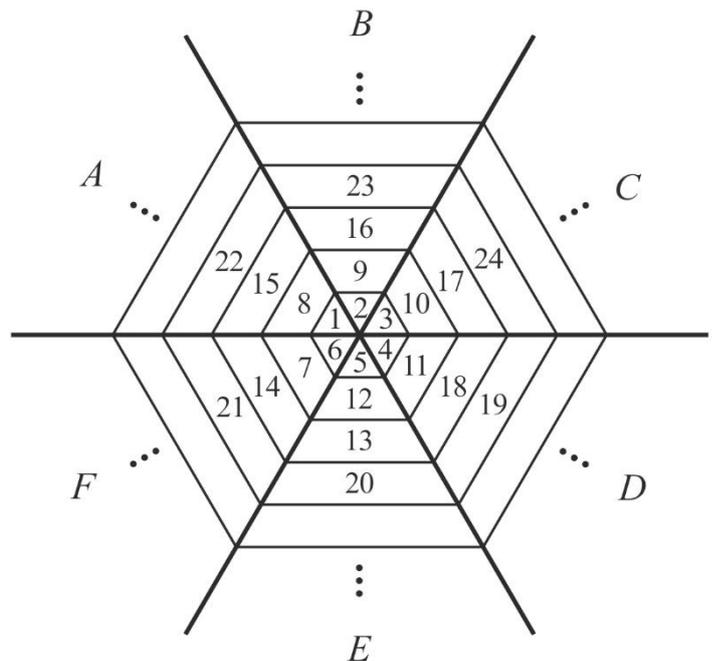
10. 右圖為博凱公司的員工年資與人數統計圖，問：該公司年資至少5年以上(含5年)占全部員工的百分比是多少？(用百分率表示)



11. 下圖的彎曲線都是由半圓形所組成，問：塗色部分的面積是多少平方公分？(圓周率以 3.14 計算)



12. 右圖是一個六邊形的網狀圖，共分為 A、B、C、D、E、F 六區，例如 16 號在 B 區，17 號在 C 區。依照右圖的編號規律，問：300 號是在哪一區？

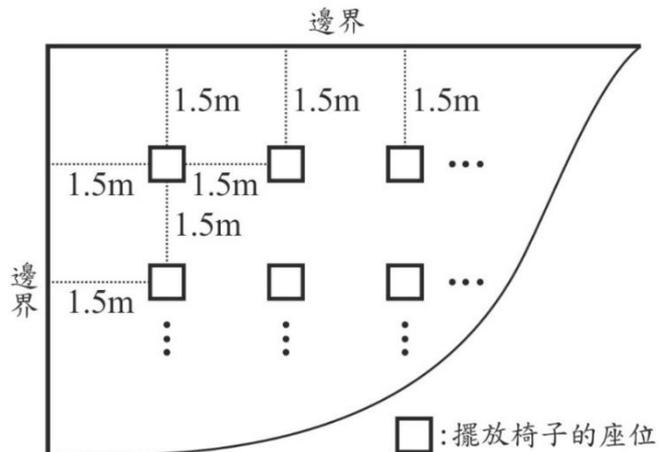


## 團體賽

1. 小明有 A、B、C、D 四罐彈珠。現在，他從 A 罐拿 5 顆彈珠放入 B 罐中，又從 B 罐拿 3 顆彈珠放入 C 罐中，再從 C 罐拿 4 顆彈珠放入 D 罐中。此時，每罐都一樣多，各有 20 顆彈珠。問：最初 A、B、C、D 四罐各有幾顆彈珠？（全對才給分）
2. 有多少個正整數是 12 的倍數，同時也是 240 的因數？

3. 防疫期間，疫苗接種站的座位規劃，依防疫規定：「每個座位前後左右均需間隔 1.5 公尺，且座位距離邊界也要 1.5 公尺，椅子自身長、寬均為 0.5 公尺。」

有一個新設置的疫苗接種站，其施打區域為長方形，共設置了 10 排，每排 6 個施打座位，右圖是此施打區域座位規劃的左上角。問：該施打區域的面積為多少平方公尺？



4. 在一個夏令營活動中，老師要所有學員，排成一橫列，然後開始報數。
 

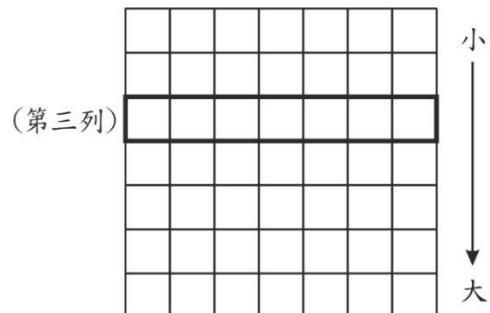
第一個報數方法：由左至右，報的數字為 1, 2, 3, 1, 2, 3, ……，每 3 個學員一個循環報數，直到最後一個學員報出 2。

第二個報數方法：由右至左，報的數字為 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, ……，每 4 個學員一個循環報數，直到最後一個學員報出 3。

又發現，這兩種報數方法都是報出 1 的學員，共有 5 位。

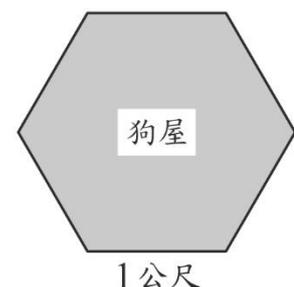
問：這個夏令營活動共有多少位學員？

5. 將「1, 2, 3, ……，49」的數全部填入右圖 7×7 的表格中，每一個格子限填一個數。要求每行從上到下都是小到大的順序，則第三列所填七個數的和之最小值為何？



6. 狗屋之底座為一個邊長 1 公尺的正六邊形（如右圖），有一隻小狗被一條長 2 公尺的繩子綁著，繩子另一端固定在正六邊形的一個頂點上，問：這隻小狗在屋外可以活動的面積最大為多少平方公尺？

（圓周率以 3.14 計算）



7. 西方民俗中常將 13 號星期五認為是不吉利的一天又稱為黑色星期五。已知某平年的 2 月 13 日為星期五，問：該年度最後一次出現 13 號星期五是在幾月？

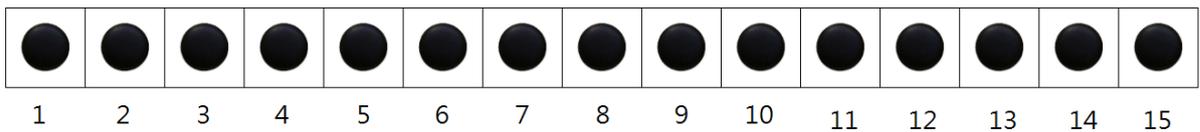
2 月						
日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

8. 有一次上數學課時，老師給了下面遊戲，讓同學們動動腦。

如圖，有編號 1~15 的格子中，各放了一顆棋子，目標是拿走所有棋子。規定拿走棋子的方式：

- 首先，拿走最左邊 1 號格子中的棋子。
- 在此之後，每一次你只能往右 3 格，並拿走此格中的棋子，或是往左 2 格，並拿走此格中的棋子。
- 每一次只能停在有棋子的格子上，並拿走此格中的棋子。

例如，如果你停在 7 號格子上，接著，可能的兩種走法是：往右 3 格到 10 號格子上，或是往左 2 格到 5 號格子上。

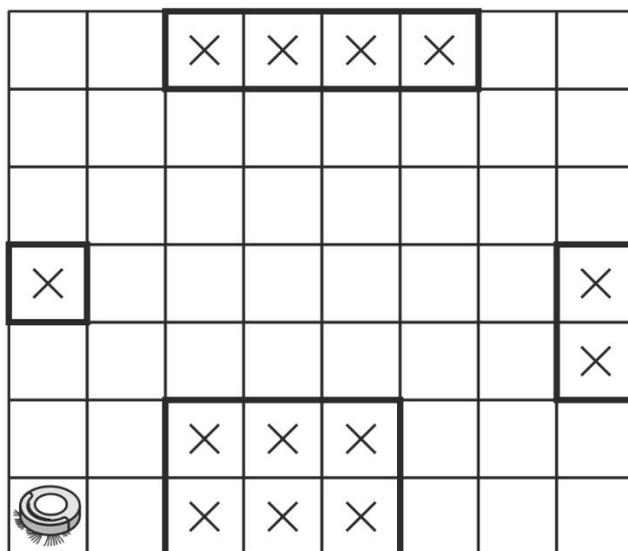


如果你能拿走所有棋子，那麼你**最後**拿走的是幾號格子上的棋子？

9. 有一部智慧型掃地機器人，它有以下指令清洗下圖房間中的正方形瓷磚：

- 清洗指令—清洗一塊瓷磚需要 1 分鐘。
- 前進指令—前進到相鄰的一塊磁磚需要 5 秒鐘。

(兩塊磁磚相鄰是指這兩塊磁磚有共同的邊)



註：每一個正方形表示一塊磁磚，打 X 處的磁磚有家具佔據，不用清洗。

這部掃地機器人一開始位於左下角的角落，它要啟動清洗所有磁磚(包括它一開始所在的磁磚)，但它不會清洗及經過有家具佔據的瓷磚。掃地機器人可以不止一次在同一塊瓷磚上移動，但重複經過的磁磚都會再清洗一次。最後它要停在這房間四個角落中的一塊磁磚。

問：這部掃地機器人清洗這房間所有磁磚(不包含家具佔據的瓷磚)，最少需要幾分幾秒？並畫出掃地機器人所走的路線。

10. 一位魔法師對著觀眾說：我有 5 張魔法布和 1 張正常的布，共 6 張，外表看起來都一樣，並拿出這 6 張布且在上面標記 A、B、C、D、E、F，如下：

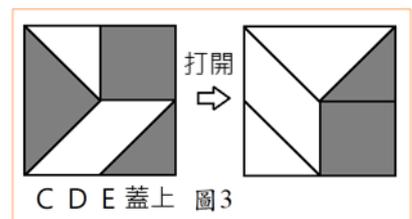
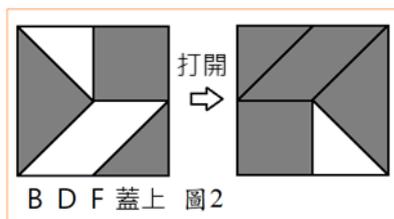
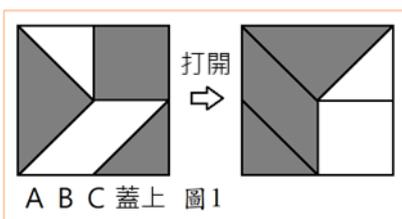
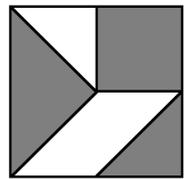


並說，這 5 張魔法布會把蓋在它底下的圖形，當打開時分別產生以下魔法：

- 以圖形中心點順時針旋轉 90 度
- 以圖形中心點旋轉 180 度
- 正方形變色 (黑變白，白變黑)
- 三角形變色 (黑變白，白變黑)
- 平行四邊形變色 (黑變白，白變黑)

接著，他說，我忘記了這六張中，哪一張是正常的布，哪五張是有怎樣功能的魔法布。我拿一張紙(如右圖)，進行以下三個實驗：

1. 用 A、B、C 一起蓋在此圖上，再打開後產生了圖 1 的效果。
2. 用 B、D、F 一起蓋在此圖上，再打開後產生了圖 2 的效果。
3. 用 C、D、E 一起蓋在此圖上，再打開後產生了圖 3 的效果。

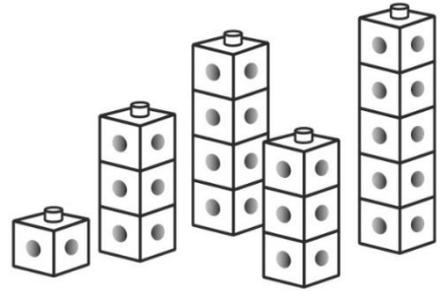


依據這三個實驗的結果，在下面空格中分別填入 A、B、C、D、E、F：

- (1) 以圖形中心點順時針旋轉 90 度的是\_\_\_\_\_布。
- (2) 以圖形中心點旋轉 180 度的是\_\_\_\_\_布。
- (3) 正方形變色的是\_\_\_\_\_布。
- (4) 三角形變色的是\_\_\_\_\_布。
- (5) 平行四邊形變色的是\_\_\_\_\_布。
- (6) 正常的是\_\_\_\_\_布。

## 思考賽

「堆積木等高問題」是一種個人遊戲，一開始有相同的正方體積木堆成直立狀且高度不等的幾個長方體，接著操作規則如下：每一次操作時，玩家選擇其中某幾個長方體（個數固定）並在上方各堆疊一個正方體積木；持續同樣操作，直到每一個長方體的高度都相同時，遊戲結束。



我們的目標是想找出完成遊戲的流程圖，並找出所需要的最少操作次數及最終的高度。例如右上圖一開始有 5 個直立長方體的高度個數分別為 1、3、4、3、5 個積木。假設遊戲規定每一次操作時，都選擇其中某 2 個長方體，在上方各堆疊一個積木。若玩家第 1 次操作時，選擇第 1 個和第 2 個長方體，則操作 1 次後的高度變成 2、4、4、3、5；若玩家第 2 次操作時，選擇第 1 個和第 4 個長方體，則第 2 次操作後的高度就變成 3、4、4、4、5。依此繼續下去，此玩家經過 7 次操作 之後，最終得到 5 個等高的長方體，高度都是 6 個積木，其操作流程圖如右所示。

長方體 高度					
操作次數	1	3	4	3	5
1	2	4	4	3	5
2	3	4	4	4	5
3	4	5	4	4	5
4	5	5	5	4	5
5	5	5	5	5	6
6	6	6	5	5	6
7	6	6	6	6	6

操作流程圖

依序作答下列各題：（答案請寫在答案卷上）

- 現在有 4 個直立長方體的高度個數分別為 1、3、5、4，且每次操作都是選擇其中某 2 個長方體，在上方各堆疊一個積木。如果可以達成，試列出一種可以最少次數完成的操作流程圖，並指出操作幾次及最終高度是幾個積木？如果無法達成，請說明理由。
- 現在有 4 個直立長方體的高度個數分別為 1、3、5、4，且每次操作都是選擇其中某 3 個長方體，在上方各堆疊一個積木。試列出一種可以最少次數完成的操作流程圖，並指出最少操作幾次及最終每個長方體的高度是幾個積木？
- 現在有 5 個直立長方體的高度個數分別為 1、3、2、6、8，且每次操作都是選擇其中某 4 個長方體，在上方各堆疊一個積木。試列出一種可以最少次數完成的操作流程圖，並指出最少操作幾次及最終每個長方體的高度是幾個積木？
- 現在有 5 個直立長方體的高度個數分別為 6、9、3、12、13，且每次操作都是選擇其中某 4 個長方體，在上方各堆疊一個積木。  
問：完成目標最少操作幾次？最終每個長方體的高度都是幾個積木？（不用列出操作流程圖）並說明理由為什麼這樣是最少次。

## 2023 第三屆 ELMC 國小數學競賽 個人賽答案

1.	6 折	2.	29 公分	3.	172 平方公分
4.	62 個	5.	82 分	6.	41 平方公分
7.	43.5 平方公分	8.	24 天	9.	13 位
10.	40 %	11.	18.84 平方公分	12.	E 區

## 2023 第三屆 ELMC 國小數學競賽 團體賽 答案

1.	A 罐有 <u>25</u> 顆，B 罐有 <u>18</u> 顆，C 罐有 <u>21</u> 顆，D 罐有 <u>16</u> 顆				
2.	6 個	3.	290.25 平方公尺	4.	59 位學員
5.	最小值為 84	6.	最大為 9.42 平方公尺	7.	11 月
8.	13 號				

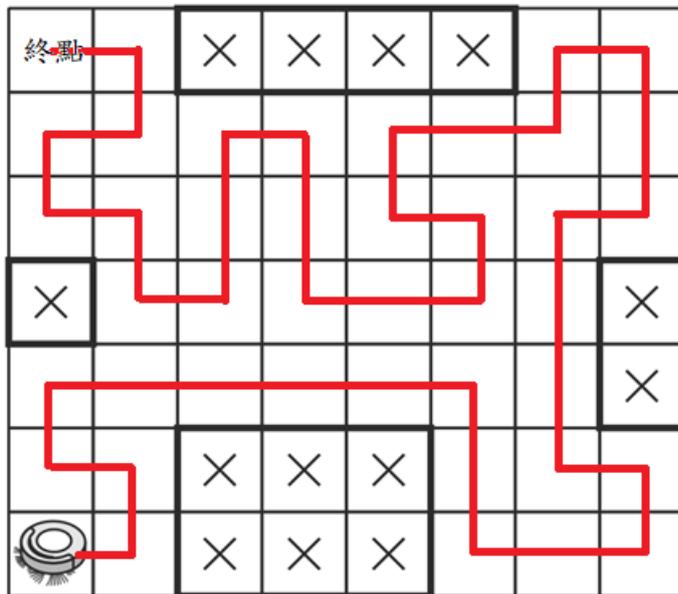
9. (1) 最少需要 46 分 30 秒。 (3 分，全對才給分)

(2) 並在下圖中畫出掃地機器人所走的路線。(3 分)

以下是其中一種走法，只要能從起點到終點一筆畫完成即可。

正確路線須具有以下要點：(否則為錯誤的路線)

1. 起點、終點須正確。
2. 路線連續經過所有空白格子，但不可經過打X的格子。
3. 每個空白格子恰經過一次，不可重複經過。
4. 路線只能水平或鉛直，不可以有斜的。



註：每一個正方形表示一塊磁磚，打X處的磁磚有家具佔據，不用清洗。

10. (每格 1 分，共 6 分)

- (1) 以圖形中心點順時針旋轉 90 度的是 C 布。
- (2) 以圖形中心點旋轉 180 度的是 F 布。
- (3) 正方形變色的是 A 布。
- (4) 三角形變色的是 E 布。
- (5) 平行四邊形變色的是 B 布。
- (6) 正常的是 D 布。

## 2023 第三屆 ELMC 國小數學競賽 思考賽（堆積木等高問題）答案

### <參考解答>

- 因為 4 個直立長方體的高度個數的總和為 13 個，每次操作都是增加 2 個，總數還是奇數個，不是 4 的倍數，所以無法讓 4 個長方體等高。
- 操作流程圖(如下)：

長方體 高度 操作次數	1	3	5	4
1	2	4	5	5
2	3	5	6	5
3	4	6	6	6
4	5	7	7	6
5	6	8	7	7
6	7	8	8	8
7	8	9	9	8
8	9	10	9	9
9	10	10	10	10

最少 9 次，最終每個長方體的高度都是 10 個。

- 操作流程圖(如下)：

長方體 高度 操作次數	1	3	2	6	8
1	2	4	3	7	8
2	3	5	4	8	8
3	4	6	5	9	8
4	5	7	6	9	9
5	6	8	7	10	9
6	7	9	8	10	10
7	8	10	9	11	10
8	9	11	10	11	11
9	10	12	11	12	11
10	11	13	12	12	12
11	12	13	13	13	13
12	13	14	14	14	13
13	14	15	15	14	14
14	15	15	16	15	15
15	16	16	16	16	16

最少 15 次，最終每個長方體的高度都是 16 個。

4. 最少 28 次，最終每個長方體的高度都是 31 個。

**理由 1：**

原有高度為 6、9、3、12、13，最大高度是 13 個，故最終高度至少是 13。

原有  $6+9+3+12+13=43$  個積木，每次增加 4 個積木。

設操作  $n$  次，共有  $43+4n$  個積木，且為 5 的倍數(最後 5 個長方體都等高)，

因此， $n=3,8,13,18,23,28,\dots$ 。

當  $n=3$ ，共 55 個， $55\div 5=11$  (不合)，因為最終長方體的高度至少是 13。

當  $n=8$ ，共 75 個， $75\div 5=15$  (不合)，因為操作 6 次後會有一長方體的高度超過 15。

同理， $n=13$ 、 $n=18$  及  $n=23$  時，也都不合。

因此，操作次數  $n\geq 28$ 。

經過實際操作，我們可以列出一種恰好操作 28 次的完成圖，且 5 個長方體的高度都是  $(43+4\times 28)\div 5=31$  個。

因此，最少操作 28 次，最終每個長方體的高度都是 31 個。

**理由 2：(同第 3 題逆向思考)**

5 個長方體的高度分別為「6、9、3、12、13」，每次操作都是從 5 個長方體中選 4 個長方體各增加 1 個積木，相對高度相當於這 5 個長方體中不被選中的那一個長方體中拿走 1 個積木。

因此，「6、9、3、12、13」這 5 個長方體最後一樣高且最少操作次數，相當於每次拿走一個積木最後成為「3、3、3、3、3」，故最少次數為  $3+6+0+9+10=28$  (次)。

而 28 次每次增加 4 個積木，共增加了 112 個積木，和原先的 43 個積木，共 155 個積木。故  $155\div 5=31$  (個) 為最後的高度。

答：最少操作 28 次，最終每個長方體的高度都是 31 個。